



TITLE:

粉体の物理と摩擦の物理(第43回物性若手夏の学校(1998年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

那須野, 悟

---

CITATION:

那須野, 悟. 粉体の物理と摩擦の物理(第43回物性若手夏の学校(1998年度),講義ノート). 物性研究 1998, 71(3): 506-514

ISSUE DATE:

1998-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/96485>

RIGHT:

## 粉体の物理と摩擦の物理

那須野 悟<sup>1</sup>

九州工業大学工学部<sup>2</sup>

### はじめに

誰もが小さい頃、公園の砂場で砂山をつくって遊んだことがあるだろう。私が小さいときにした遊びのひとつに、さらさらに乾いた砂でできた砂山のてっぺんに松の葉を一本たてて、その砂山を周辺から友達と交互に手で削り取っていくというものがあった。松の葉を倒さずになるべく多くの砂を取った方が勝ちである。少し削り取る分にはその付近の斜面が崩れるだけで済むが、欲張っていっぱい削り取ろうとすると、砂山のてっぺんにまでに達する大きななだれが生じて松の葉は倒れてしまう。如何にぎりぎりの所までいっぱい取るのか、結構難しく、夕方暗くなるまで友達と繰り返し砂山をつくっては遊んだことを覚えている。

最近、一部の物理学者の間でこのような砂遊びがブームになっている [1, 2, 3]。そんな砂遊びをいい年をした物理学者の間に流行させる最初のきっかけを作ったのは、たぶん Bak だと思う。彼は、砂山に砂粒をゆっくりと供給続けると、砂山は大小のなだれを繰り返しながら自ら臨界状態に落ちついていくと指摘し、さらにそれと同じメカニズムによって特に外部パラメータを臨界点に調節しなくても系が自ら臨界状態に発展していくような現象が自然界には多数存在すると考えたのである [5]。これについては、未だ活発な議論の最中であるが、彼の論文をきっかけとして粉体の流体とも固体ともつかない摩訶不思議な振る舞い [1, 2, 3, 4] が物理学者の目を引くこととなった。たとえば、砂山が松の葉を支えていられるのは固体のように外部からの力を支えることができることの証である。しかし、一方で、この固体的状態は非常に脆いものであり、手で砂山の一部を削り取ったりして、砂山の傾斜が安息角と呼ばれる臨界角度を超えると、砂粒は突然流体のように流れはじめる。

このように、それまで固体のように振る舞っていた粉体が突然流体のように流れだす流動化現象は、粉体の示す最も劇的で興味深い振る舞いのひとつであり、多くの物理学者が盛んにその研究を行っている。彼らの研究で用いられているおもな流動化の方法は、(1) 砂山を削ったり傾けたりして安息角を越えさせる、(2) 砂を入れた器を上下に揺する、の2つである。しかし、これらの方法以外にも例えば図1のように粉体を2枚の板の間に挟んで、2枚の板を横にずらすことによって粉体を流動化させることができる。本稿ではこのような場合の流動化現象に焦点を当てる。

さて、実際に図1のようにして2枚の板をずらそうと力を加えても板はすぐには動き出さない。弱い力に対しては粉体層は固体のようにじっと静止したままなのである。上の板を動かすには、粉体層が外力を支えきれなくなって流れだすくらい大きな力を加える必要がある。ところで、この現象は、上の板に加える外力と上の板の運動という観点から眺め直すと、粉体層を間に挟んだときの2枚の板の間の摩擦の問題に他ならない。このように、ずり応力を加えられた粉体層の流動化現象を調べるということは、粉体層が間にある場合の

<sup>1</sup>Electronic address: nasuno@ele.kyutech.ac.jp

<sup>2</sup>〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町 1-1

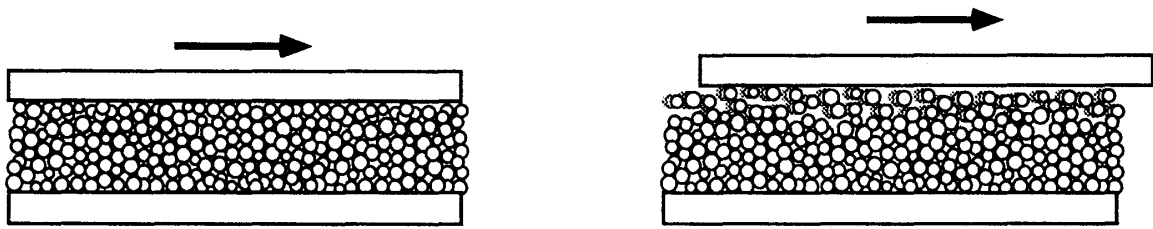


図 1: 剪断応力による粉体の流動化

摩擦の発生機構とその振る舞いを調べることであり、摩擦の研究としても非常に興味深い題材を提供してくれる。また、この問題は地震の発生メカニズムとも密接に関連している<sup>3</sup>。

本稿では、このような剪断応力を加えられた粉体層の振る舞いに関して最近我々が行った実験結果 [6, 7] を紹介し、さらにその実験結果を粉体の物理と摩擦の物理の両方の観点から考察する。この議論をとおして、皆さんに、『粉体』と『摩擦』という非常に日常的で身近な問題の物理的面白さと難しさを少しでも紹介できればと考えている。

## 剪断応力下の粉体層の振る舞い

### 実験方法

我々が用いた実験装置は、図 1 をほとんどそのまま実現したものである [6, 7]。2 枚の板に挟まれた粉体層は、直径が  $70\sim 110\mu\text{m}$  の間に分布したガラス球から構成されており、厚さは  $2\text{mm}$  である。ずり応力は、上の板を固定端が一定速度  $V$  で移動する板バネ（バネ定数  $k$ ）を介して押すことで加えている。上の板を駆動するのに板バネを用いたのは、摩擦現象には『滑り系の弾性』が重要な役割を果たしていることが知られているので、それをコントロールするためである。上の板の位置  $x$  は、バネの変位  $\delta x$  を変位センサーによって測ることで、 $0.1\mu\text{m}$  の精度で知ることができるようになっている ( $x = Vt - \delta x$ )。また、上下の板の表面は、粉体層との間で空すべりが生じてしまわないように粗く仕上げてある。粉体層に加える垂直荷重は、上の板の質量  $m$  で制御しているが、粉体粒子の「破壊」による粉体物性の変化が生じてしまわないよう十分小さくした。

### スティック-スリップ運動

図 2 は、板バネの反り  $\delta x$  の時間変化の典型的な例を示している。比較的ゆっくりとした速度でずりの力を加えている場合には、上の板はスティック（静止）とスリップ（滑り）を交互に繰り返す（図 2 (a)）。スティック状態では、板は静止しており、バネの反りは、時間とともに線形に増大していく。ずり応力がある閾値に到達すると、粉体層はもはや加えられているずり応力を支えきれなくなり流動化し、板は突然滑り出す。（実際、スリップの間は粉体粒子が確かに流動しているのが上の板を透して顕微鏡で見ることができる。）その後、板は急激に加速し、バネの反りは小さくなっていく。そして、剪断応力がある程度小さくなると、粉体層は突然固体化し再びスティック状態となる。

観測されたスティック-スリップ運動は、図 2 (a) のように驚くほど周期的なものと図 2 (d) のように非周期で不規則なものの 2 種類があった、不規則運動は、非常に強いバネを用

<sup>3</sup> 地震は断層に沿った滑りによって生じるが、断層の間にはしばしば「グージ (gouge)」と呼ばれる岩石が粉碎され粒状になったものの層が存在していることが知られている。

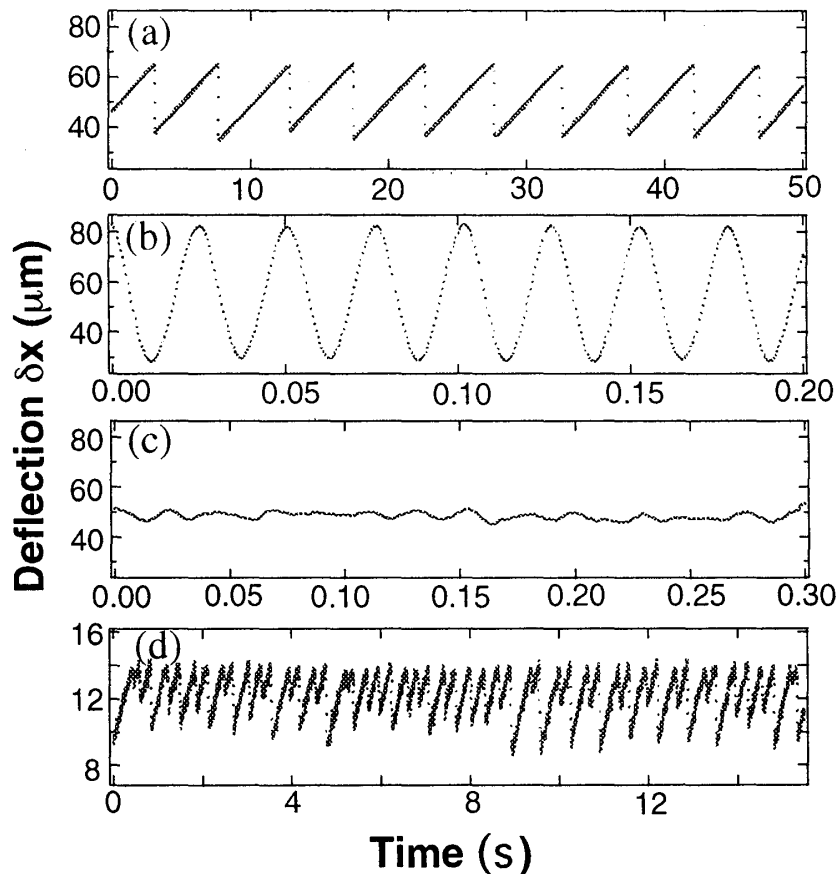


図 2: 粉体層にバネを介して剪断応力を加えたときの、バネの変位の時間変化. (a) スティック-スリップ ( $V=5.67\mu\text{m/s}$ ), (b) 慣性効果が支配的な振動 ( $V=5.67\text{mm/s}$ ), (c) 定常的のり ( $V=11.33\text{mm/s}$ ). 以上いずれも  $k=1077\text{N/m}$ ,  $m=1.09\times 10^{-2}\text{kg}$ . (d) 不規則なスティック-スリップ ( $V=11.33\mu\text{m/s}$ ,  $k=3636\text{N/m}$ ,  $m=1.09\times 10^{-2}\text{kg}$ ).

いて非常にゆっくりと押した場合にのみ観測されたのに対して、周期的運動は非常に広いパラメータ領域にわたって観測することができた. 図 2 (d) の運動は不規則ではあるが、よく見ると小さなスリップの後には大きなスリップが起こり、逆に大きなスリップの後には小さなスリップが起こる傾向があることがわかる. この隣り合うスリップ間の相関を調べるために、 $n$  回目のスリップ距離  $l_n$  を横軸に、 $n+1$  回目のスリップ距離  $l_{n+1}$  を縦軸にプロットしたいわゆるリターン・マップを図 2 (d) からつくってみたところ、ばらつきはあるもののデータ点は傾き  $-1$  の線のまわりに分布することがわかった. このことは、不規則に見える図 2 (d) の運動の背後にある種の決定論的規則性が存在していることを示している. また、傾き  $-1$  は、ちょうど周期倍化の臨界点での傾きにあたるという事実は自己組織臨界現象を思い起こさせ興味深いものがある.

周期・非周期どちらの場合にもスティック-スリップ運動の平均周期  $T$  は、ずり速度  $V$  に対して  $T = A/V$  のように変化した (図 3 (a)). この比例係数  $A(=VT)$  は、1 周期の間にバネの固定端が移動する距離であり、それはまた、1 回の平均スリップ距離  $\langle l \rangle$  にほぼ等しい. つまり、スティック-スリップ運動の平均スリップ距離は、 $V$  に依らずほぼ一定である

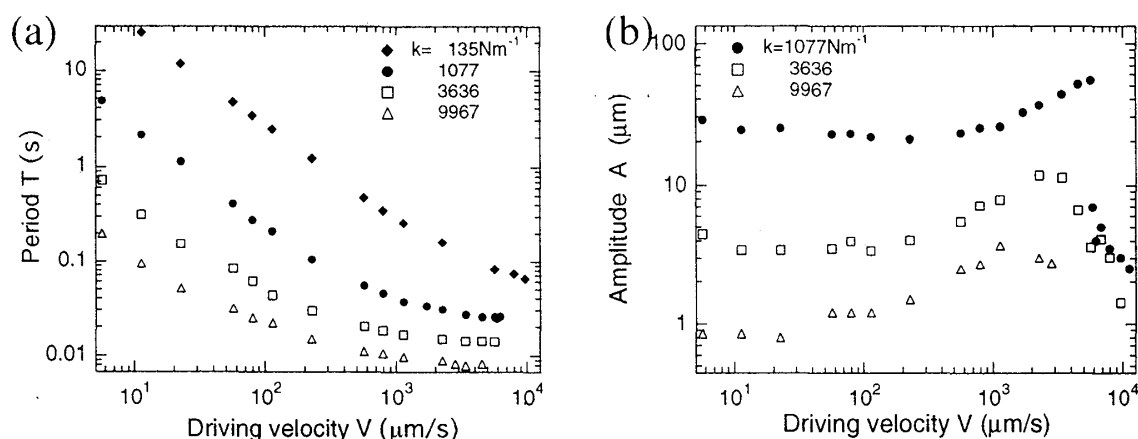


図 3: (a) スティック-スリップ運動の平均周期  $T$  の駆動速度  $V$  に対する変化. (b) バネの変位の peak-to-peak 値の平均値の  $V$  に対する変化. (いずれも  $k=1077 \text{ N/m}$ ).

(図 3 (b)). また,  $A$  は, バネ定数  $k$  を大きくすると, 小さくなっていった.

#### なめらかな振動と定常的滑り運動

ずり速度  $V$  を増していくと, あるところからスティック-スリップ運動の運動様式が図 2 (b) のような滑らかな運動へと変化しはじめる. この運動様式の変化に伴って, 平均周期  $T$  の減少は次第に緩やかとなり, 一定値  $T_0$  に漸近しはじめる (図 3 (a)). また, バネの振動振幅は  $V$  とともに増加するようになる (図 3 (b)). 漸近値  $T_0$  の大きさは, 板の重さ  $m$  とバネ定数  $k$  から求められる調和振動子の周期  $2\pi\sqrt{m/k}$  と同じオーダーであることから, この運動様式では慣性効果が支配的であることがわかる.

さらに  $V$  を増していくと, ある臨界速度  $V_c$  で, 粉体層が定常的流動状態へと転移し, 上の板は定常的すべり運動を行うようになる (図 2 (c)). この転移に際して, バネの変位の peak-to-peak 値の平均値 (この量は, スティック-スリップ運動では  $\langle l \rangle$ , 定常的すべり運動では, バネの平均変位のまわりの揺らぎの大きさを与える) は, 図 3 (b) のように, 柔らかなバネに対しては, 不連続に突然減少するが, 堅いバネに対しては, 連続的に変化する. また, 定常的すべりへの転移の臨界速度  $V_c$  は  $k$  とともに減少する傾向が見られた.

#### スリップ中の摩擦力

スティック-スリップ運動のスリップの距離は, バネの強さ  $k$  を固定すると, ずり速度  $V$  に依らず, ほぼ一定であることはさきほど述べたが, さらに, スリップ中の運動も,  $V$  に依らずほぼ一定であることが明らかとなった (図 4 (a)). 上の板に水平方向に働いている力は, 板をすべらそうとするバネからの力  $F_s = k\delta x$  と, それを妨げようとする粉体層からの摩擦力  $F$  だけである. したがって, バネ力と板の水平方向への運動に関する情報から, 各瞬間における粉体層からの摩擦力  $F$  を計算することができる. 図 4 (b) は, 各瞬間における粉体層からの摩擦力を上板の瞬間すべり速度  $\dot{x}$  の関数としてプロットした例である. ただし, 図では摩擦力は垂直荷重  $mg$  でスケールしてある. a の位置では板は静止している. ずり応力が増していくと, 摩擦力は縦軸に沿って上昇していく. そして, 最大静止摩擦に相当する b の位置で, 板が突然すべり始め, 摩擦力は減少していく. b と c の間では板は加速していく.

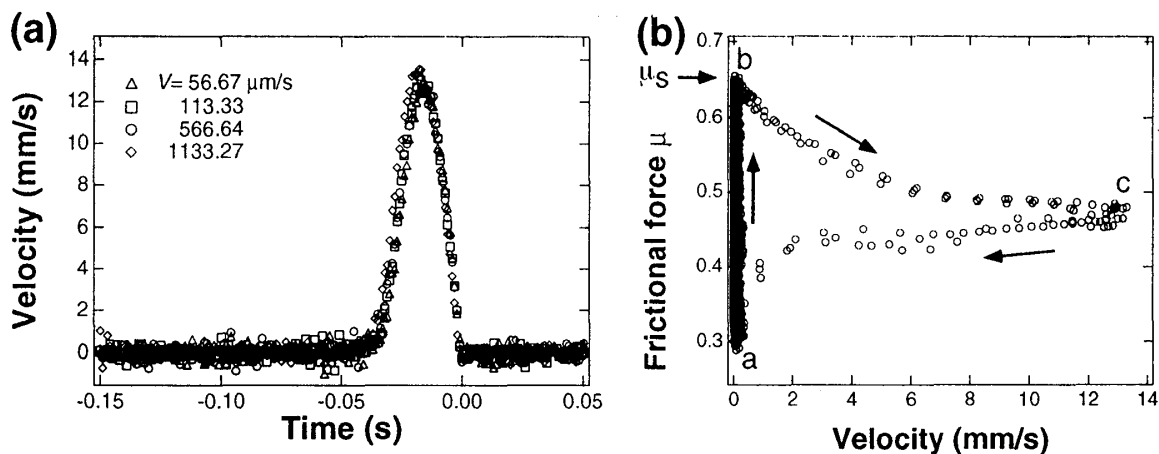


図 4: (a) 様々な駆動速度  $V$  におけるスリップ中の上の板の滑り速度  $\dot{x}$  の時間変化. (b) 瞬間摩擦係数  $\mu (= F/mg)$  を瞬間滑り速度  $\dot{x}$  の関数としてプロットした例 ( $V = 113 \mu\text{m/s}$ ). (いずれも  $k = 135 \text{ N/m}$ ,  $m = 1.09 \times 10^{-2} \text{ kg}$ ).

そして、速度は  $c$  で最大値に達し、摩擦係数はある小さな値に到達する.  $c$  から  $a$  にかけては、板は減速運動をして、最後に再び停止する. この間、摩擦係数は小さな値のままである.

このようにスリップ中の摩擦係数  $F$  は、すべりの速度とともに変化するが、その値はすべり速度  $\dot{x}$  に対して一意には決まらない. このことは、摩擦係数  $F$  の現象論的記述にはすべりの速度  $\dot{x}$  だけではなく、他の変数  $\theta$  とその発展方程式の導入が必要であることを示唆している. 上の板に対する摩擦係数の主要な原因となっているのは、もちろんその下にある粉体粒子集団の振る舞いであるから、導入すべき新たな変数とその発展方程式は、粉体層の状態を記述するものでなくてはならないことは明白である. スリップの間、粉体層は流動化していることはすでに述べたが、粉体層のダイナミクスに関しても、通常の流体力学的記述が可能なのだろうか?

## スティック-スリップ運動と粉体の物理

### スリップ中の粉体の振る舞い

スリップの間の粉体の流れをよく観察すると、通常の「流体」の運動とはかなり異なっていることがわかる. たとえば、スリップ中の粉体層内での流れは上の板との境界近傍領域 (粒子の数倍からせいぜい十倍程度の厚みを持つ) だけに局在しており、それより下の領域は相変わらず固体状態のままである. このような「すべり線」と呼ばれる境界線の発生は、砂山のなだれなど粉体の流動に際して普遍的に見られる現象であるが、Navier-Stokes 方程式に従う通常の流体運動ではこのような境界線は存在しない.

粉体の流動運動が通常の流体運動とこのように異なっている理由は、

- (1) 粉体を構成する粒子の質量が十分大きく、熱揺らぎの影響が無視できる、
  - (2) 粒子間の相互作用は衝突と摩擦だけであるが、どちらも散逸的な過程である、
- という粉体固有の性質によっている [1]. これらの性質のために、粉体に対しては、通常の熱力学的議論は役に立たない. 現在までのところ、流体運動に対する Navier-Stokes 方程式に相当するような有効な統計力学的な記述手段は見つかっていない. このため、 $\theta$  の発展方

程式をどのように書いたらいいのかもわからないのである。

### スティック中の粉体の振る舞い

上の実験において、粉体層はスティック中は外から加えられた応力に抗して「固体」のように振る舞うことを見た。しかし、この固体状態は、通常の固体のように構成粒子間の引力によって集合したものではない。粒子間の静止摩擦力と外力（重力を含む）による圧迫とによって互いに身動きがとれない状態に置かれ、固まったようになっているだけなのである。このため、粉体では、結晶のようにきれいに並んだエネルギー最小の状態が固体状態として実現されているわけではない。粒子がランダムに充填された様々な準安定な配置状態が固体状態として存在することが可能である。さきにも述べたように、粉体はマクロな粒子の集まりであるため熱運動は無視できるほど小さいく、いったんひとつの準安定な配置状態に落ちつくとその状態は際限なく継続することとなる。

ところが、先の実験において上の板を透して粉体層内の粒子の運動を注意深く観測してみたところ、スティック中にも粒子のミクロな局所的再配置がランダムに各所で生じていることが明らかとなった。一体どうしてこのような運動が可能なのだろうか？これに関しては、スティック中にも、外から加えられているずり応力がゆっくりとではあるが増加し続けているという事実と粉体の固体状態の持つ特異な性質とによって説明することができると我々は考えている。先にも述べたように、粉体中では、粒子は通常はランダムに充填されているので、全ての粒子が近隣の粒子と均一に接し合っているわけではない。このため、粉体内部での応力分布は均質ではなく、力を伝搬することができる数珠状につながった粒子が形成するネットワーク部分に応力の集中が起こっていることが知られている [1, 8, 9]。外からのずり応力が增大していくと、それらの応力のネットワークのうちの弱い部分が徐々に変形・崩壊していき、それらが局所的再配置として観測されたと我々は考えている。また、スリップは、これらのネットワークの雪崩の崩壊によって開始すると考えている。

さて、このようなミクロな局所的再配置が粉体層内で繰り返し生じることで、層全体にもマクロな変化がもたらされると予想される。実際、我々はスティック中にも上の板が非常にゆっくりとした滑り（クリープ）運動をしていることを確認している。このクリープ運動は、粉体内の応力のきわだった不均質さを反映してか、大きな揺らぎを示す。また、局所的再配置の発生頻度は、スリップの直前に劇的に増大することも明らかとなった。これは、スリップの前兆とでもいうべき現象であり大変興味深い [10]。また、スリップ後にも、しばらくの間、同様の微視的再配置が盛んに行われることもわかった。

### スティック-スリップ運動と摩擦の物理

スティック-スリップ運動は、粉体系に限らず2つの物体が相対的にゆっくりと滑り運動するときにはしばしば現れる普遍的な運動形態のひとつである [11, 12]<sup>4</sup>。たとえば、2つの固体が直接接しながら滑る場合（乾燥摩擦） [13] や2つの固体間に数分子程度の厚さの潤滑剤の層がある場合（境界摩擦） [14] の滑り運動などでも見ることができる。不幸なことに、我々の住む日本列島は世界的に地震の多い地域のひとつとして有名であるが、それらの地震もまた断層やプレート境界に沿った滑りによる非常に大きなスケールでのスティック-スリップ運動のためであると考えられている [15]。

<sup>4</sup> スティック-スリップ的振る舞いは、破壊における割れ目先端の進行、引っ張りによる変形の伝搬、回転する円筒内の水銀のメニスカスの振動、などでも生じるが、ここでは上記のような「摩擦」現象に話を限定することにする。

さて、これらのスティック-スリップ運動をする系は、すべて、バネに繋がれた質量  $m$  のブロックを用いてモデル化することができる [11]. ここで、バネは、それぞれの滑り系のもつ弾性的性質を象徴するものであり、ブロックはこのバネを介して駆動されているものとする<sup>5</sup>. ブロックに働く力は、バネからの力と滑り面からの摩擦力だけであるから、ブロックの振る舞いを知るのには摩擦力がわかれば良いことになる. 「なんだ、こんな問題は物理の授業でやる基本中の基本ではないか!」と、思った方が多いのではないだろうか. 物理の授業では、(1) 摩擦力は見かけの接触面積に依存せず、(2) 摩擦力は垂直抗力に比例し、(3) 動摩擦力は静止摩擦力より小さくて速度には依存しない、(つまり、摩擦力を  $F$ 、垂直抗力を  $N$ 、とすると、 $F = \mu N$  であり、摩擦係数  $\mu$  は見かけの接触面積にも速度にも依らない)、と習う. では、これらのことを仮定したとして、滑り系で観測されているスティック-スリップ運動をはじめとする様々な振る舞いを再現することができるだろうか? 答えは、NO である.

我々の粉体を用いた滑り系をはじめとして様々な滑り系において、スティック-スリップ運動は、小さなバネ定数をもつバネでゆっくりと駆動したときにのみ生じ、駆動速度やバネ定数を大きくしていくと定常的滑り運動へと運動形態が転移することが実験的に確認されている. ところが、(1)~(3) のような摩擦に関する法則を仮定をした場合<sup>6</sup>、常にスティック-スリップ運動となってしまう、そのような定常的滑りへの転移を再現することができない.

このことからわかるように、我々が Amontons-Coulomb の摩擦の 3 法則と呼んでいる (1)~(3) は、あくまで適用限界が存在する経験則に過ぎないのである. とくに、動摩擦に関する (3) には注意を要する. 例えば、スティック-スリップ運動ではスリップ開始直後のすべり速度は非常に小さいが、一般にそのような低速度領域では (3) は成り立たない [13]. また、通常、我々が動摩擦と呼んでいるのは、定常的滑り運動のときの摩擦のことであり、スティック-スリップのように速度が時間変化をするときの摩擦がこの定常滑りの摩擦と同じものであるという保証はなにもない. 実際、粉体層がブロックの下にある場合の摩擦の実験では、スリップ中の摩擦は (3) のように単純なものではなく (図 4(b)), 摩擦の振る舞いを記述するのには、すべり速度に加えて摩擦の原因である粉体層の状態を表す変数とその時間発展方程式の導入が必要であることをさきに述べた. このことは、粉体以外のすべての滑り系に対しても同様に言えることで、摩擦現象を理解するには、結局、摩擦の発生機構を担う滑り面付近の物理現象に関する知見が不可欠となる.

乾燥摩擦に関しては、摩擦の発生には固体表面の微小な凸凹の存在が重要であると考えられている [13, 11]. どんなになめらかに見える物質の表面であっても実際には多かれ少なかれ凸凹があり、それらの凸凹のために、本当に接している部分 (真実接触部) の面積は通常極めて小さい. そのため、それらの真実接触点の多くでは弾性限界を越えた圧力が加わり、塑性流動が起こっていると考えられる. このため、乾燥摩擦を理解するのにはそうした真実接触部集団の塑性変形のダイナミクスに関する知見が不可欠であると考えられている. また、境界摩擦の場合には、摩擦の担い手は 2 つの面間の潤滑剤および潤滑剤と面との相互作用であるが、境界摩擦ではその厚さは非常に薄く分子スケールに近いので、潤滑剤の振る舞いに対して通常の流体力学的取り扱いはできなくなる [11, 16, 17]. たとえば、スティック-スリップのような運動は、通常の流体力学では考えられない. また、バルクでの粘度は球状分子の潤滑剤の方が複雑な形をした分子の潤滑剤よりも低いにも関わらず、極薄膜になると逆に球状分子の方が摩擦係数が高くなり、スティック-スリップが生じやすくなるという

<sup>5</sup> 地震の場合、駆動力は地球内部のマントル対流である.

<sup>6</sup> ここで直接問題になるのは法則 (3) である.



おかしいことも起こる [14]. これらのことを説明するには、非常に狭い空間での分子集団の振る舞いに関する知見が不可欠である。

このように、乾燥摩擦や境界摩擦では、真実接触部や分子レベルでの潤滑剤の振る舞いといったミクロな物理要因がマクロな摩擦の発生に重要であると考えられている。しかし、実験でそれらのミクロな要因を十分にコントロールしたり、それらの振る舞いを直接調べたりすることは非常に難しく、このことがこれまで摩擦の研究の進展を阻んできた。一方、我々の粉体を用いた実験系では、マクロな摩擦の担い手は「巨大な」粉体粒子であるので、実験におけるコントロールも容易であり、その振る舞いも容易に直接観察することができるという利点がある。実際、この利点により、再現性の良い実験が可能となり、我々は、スティック-スリッパ運動が粉体層の流動化と固相化の繰り返しに関連していることやスティック中のクリープ運動のメカニズムなどを明らかにすることができたのである。もしかしたら、この剪断応力下の粉体層の振る舞いという全く新しい摩擦へのアプローチをすることにより、これまで見えなかった多彩な摩擦現象の背後にある普遍的側面が見えてくるかもしれない。

## おわりに

以上、剪断応力を加えられた粉体層の振る舞いを、『粉体』の物理と『摩擦』の物理の両方の視点から紹介したが、ここで述べたのは『粉体』と『摩擦』の示す多彩な現象のほんの一部に過ぎない。たとえば、粉体では、違う種類の粉体同士を混ぜようとすればするほど逆に分離してしまったり、重い方の粒が上に浮いてきたりという不思議なことが起こる [2, 4]. また、摩擦では、静止摩擦係数は定数ではなく時間とともに  $\log$  的にゆっくり増加することなどが明らかになってきている [13, 15]. しかし、これらのことがなぜ起こるのかはいまだにきちんと説明できていないのである。このような粉体と摩擦の問題は、純粋にアカデミックな観点からみただけでも十分に魅力的なことはいうまでもないが、また、何れも我々の日常生活と切り離すことができない身近な問題であり、それらを理解することにより我々の生活を支えている現在の科学技術が飛躍的進展を遂げるであろうことは疑う余地がない。それだけに我々物理学者にとって実にチャレンジしがたいのある問題ではないだろうか。

**謝辞** ここに述べた粉体摩擦の実験は、J.Gollub 氏、A.Bak 氏 (Haverford College & University of Pennsylvania)、A.Kudrolli 氏 (現在 Clark University) との共同研究によるものである。また、本研究の一部は文部省科学研究費補助金 (No.09740317) の補助を受けている。

## 参考文献

- [1] H. M. Jaeger, S. R. Nagel and R. P. Behringer: Phys. Today **49**, No.4 (1996) 32; Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1259.
- [2] R. P. Behringer and J. T. Jenkins (eds.): *Powders & Grains 97*, Proceedings of the third international conference on powders & grains (A. A. Balkema, 1997).
- [3] 早川尚男, 西森拓, 佐々真一, 田口善弘: 日本物理学会誌 **49**, No.1 (1994) 18.
- [4] 田口善弘: 砂時計の七不思議 (中央公論社, 1995).
- [5] P. Bak, C. Tang and K. Wiesenfeld: Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 381; Phys. Rev. **A38** (1988) 364. 現在では、彼らの自己組織臨界現象 (Self-Organized-Criticality) のアイデアは実際の砂山のモデルとしては適当でないことが示されている。H. M. Jaeger, C. -

- h. Liu and S. R. Nagel: Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 40; H. M. Jaeger and S. R. Nagel: Science **255** (1992) 1523.
- [6] S. Nasuno, A. Kudrolli and J. P. Gollub: Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 949.
- [7] S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak and J. P. Gollub: to appear in Phys. Rev. E.
- [8] C. -h. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan and T. A. Witten: Science **269** (1995) 513.
- [9] B. Miller, C. O'Hern and R. P. Behringer: Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 3110.
- [10] この現象は、また、地震の前兆現象との関連においても興味深い。L. M. Jones and P. Molnar: J. Geophys. Res. **84** (1979) 3596; B. E. Shaw, J. M. Carlson and J. S. Langer: J. Geophys. Res. **97** (1992) 479.
- [11] B. N. J. Persson: *Sliding Friction* (Springer,1998).
- [12] グロリア・ラブキン: パリティ, Vol.13, No.2, (丸善, 1998) 36.
- [13] T. Baumberger, F. Heslot and B. Perrin: Nature **367** (1994) 544; F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli and C. Caroli: Phys. Rev. E **49** (1994) 4973.
- [14] M. L. Gee, P. M. McGuiggan and J. N. Israelachvili: J. Phys. Chem. **93** (1990) 1895; H. Yoshizawa and J. Israelachvili: *ibid* **97** (1993) 11300.
- [15] C. H. Scholtz: *The Mechanics of Earthquakes and Faulting* (Cambridge Univ. Press, 1990).
- [16] P. A. Thompson and M. O. Robbins: Science **250** (1990) 792.
- [17] A. L. Demirel and S. Granick: Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 4330.